где C — постоянная матрица, $Y(t)$ — матрица, подчиненная условиям

$$Y(0) = Y(\omega), \quad \int\limits_0^\omega [A(\tau)Y(\tau) + Y(\tau)B(\tau)]\, d\tau = 0.$$

Обозначим $M = \int_0^\omega A(\tau)d\tau$, $N = -\int_0^\omega B(\tau)\, d\tau$. Установлено, что в случае, когда матрицы M и N не имеют общих характеристических чисел, решение задачи (1), (2) представимо как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций, определяемых соотношениями

$$C_k = -\Phi^{-1} \int\limits_0^\omega [(C_k + Y_k(\tau))Q(\tau)(C_k + Y_k(\tau)) + F(\tau, C_k + Y_k(\tau))]d\tau,$$

$$Y_k(t) = \Phi^{-1}\Big[\int\limits_0^t \Big(\int\limits_0^\tau A(\sigma)\, d\sigma \Big) S_{k-1}(\tau)\, d\tau - \int\limits_t^\omega \Big(\int\limits_\tau^\omega A(\sigma)\, d\sigma \Big) S_{k-1}(\tau)\, d\tau +$$

$$+ \int\limits_0^t S_{k-1}(\tau) \Big(\int\limits_0^\tau B(\sigma)\, d\sigma \Big) d\tau - \int\limits_t^\omega S_{k-1}(\tau) \Big(\int\limits_\tau^\omega B(\sigma)\, d\sigma \Big) d\tau \quad (k = 1, 2, \dots),$$

где $S_i(\tau) = A(\tau)X_i(\tau) + X_i(\tau)B(\tau) + X_i(\tau)Q(\tau)X_i(\tau) + F(\tau, X_i(\tau))$, $X_i(\tau) = C_i + Y_i(\tau)$ $(i = 0, 1, \dots)$, Φ — линейный оператор, $\Phi Z = MZ - ZN$, при этом матрицы $C_0, Y_0(\tau)$; $C_1, Y_1(\tau)$ строятся по методике, изложенной в [2].

Литература

1. Маковецкая О. А. *Разрешимость и структурные свойства решений периодической краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова — Риккати* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2014): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2014. Ч. 1. С. 68—69.

2. Лаптинский В. Н., Маковецкая О. А. *Конструктивный анализ и структурные свойства решений периодической краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова — Риккати (двусторонняя регуляризация).* Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2013. 55 с. (Препринт/ ИТМ НАН Беларуси, № 33).

3. Лаптинский В. Н. *Об одном подходе к отысканию периодических решений дифференциальных уравнений* // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук, 1990. № 5. С. 25–30.

ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ ДВУХТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

И.И. Маковецкий

Белорусско-Росийский университет, Могилев, Беларусь
i_makz@mail.ru

Рассмотрим матричное дифференциальное уравнение

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + F(t, X) + rG(t, X), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

с краевым условием

$$MX(0) + NX(\omega) = 0, \tag{2}$$

где $A, B \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $F, G \in \mathbb{C}(D_{\tilde\rho}, \mathbb{R}^{n\times n})$, $I = [0, \omega]$, $D_{\tilde\rho} = \{(t, X) : t \in I, \ \|X\| < \tilde\rho\}$, $\omega > 0$, $0 < \tilde\rho \leqslant \infty$, M, N — постоянные $(n \times n)$-матрицы; функции $F(t, X)$, $G(t, X)$ удовлетворяют в $D_{\tilde\rho}$ относительно X условию Липшица (локально); $F(t, 0) \not\equiv 0$, $G(t, 0) \not\equiv \not\equiv 0$, $r \in \mathbb{R}$.

Данная работа является продолжением [1]. Введем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t, X) : t \in I, \ \|X\| \leqslant \rho\}, \quad \mu_1 = \max_t \|V(t)\|, \quad \mu_2 = \max_t \|V^{-1}(t)\|, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|,$$

$$\varepsilon = |r|, \quad P = N^{-1}M, \quad Q = -V(\omega), \quad \gamma = \|\Phi^{-1}\|, \quad h_1 = \max_t \|F(t, 0)\|, \quad h_2 = \max_t \|G(t, 0)\|,$$

$$m = \max\{\|P\|, \|Q\|\}, \quad q = \gamma\mu m\omega(\alpha + L_1 + \varepsilon L_2), \quad p = \gamma\mu m\omega(h_1 + \varepsilon h_2),$$

где $t \in I$, $0 < \rho < \tilde\rho$, $\mu = \mu_1\mu_2$, Φ — линейный оператор, $\Phi X = PX - XQ$, $L_1 = L_1(\rho) > > 0$, $L_2 = L_2(\rho) > 0$ — постоянные Липшица для функций соответственно $F(t, X)$, $G(t, X)$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц; $dV/dt = VB(t)$, $V(0) = E$ — единичная матрица.

Установлено, что при выполнении условий [1]: $\det N \neq 0$, матрицы P, Q не имеют общих характеристических чисел, $q < 1$, $p \leqslant \rho(1 - q)$ задача (1), (2) однозначно разрешима в области D_ρ. Ее решение представимо как предел равномерно сходящейся последовательности функций, определяемых по алгоритму типа [2, 3]:

$$X_{k+1}(t) = -\Biggl\{\Phi^{-1}\Biggl[P\int_t^\omega (A(\tau)X_k(\tau) + F(\tau, X_k(\tau)) + rG(\tau, X_k(\tau)))V^{-1}(\tau)\, d\tau +$$

$$+ \int_0^t (A(\tau)X_k(\tau) + F(\tau, X_k(\tau)) + rG(\tau, X_k(\tau)))V^{-1}(\tau)\, d\tau Q\Biggr]\Biggr\}V(t), \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $X_0(t)$ — произвольная матричная функция класса $\mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, при этом $\|X_0(t)\| \leqslant \rho$.

Литература

1. Маковецкий И. И. *О двухточечной краевой задаче для нелинейного матричного уравнения Ляпунова с параметром* // Междунар. науч. конф. «XIV международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2014)»: тез. докладов Междунар. науч. конф., Новополоцк, 20–22 мая 2014 г. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. С. 69–70.

2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

3. Лаптинский В. Н., Маковецкий И. И., Пугин В. В. *Матричные дифференциальные уравнения Ляпунова и Риккати.* Могилев: БРУ, 2012.

ОТРАЖАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ И ОГРАНИЧЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В.И. Мироненко

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
vmironenko@tut.by

Теорема. *Пусть дифференциальная система* $\dot x = P(t)x$ *с непрерывной ограниченной на* $\mathbb{R}$ *матрицей* $P(t)$, *приводимая на* $\mathbb{R}$ *к системе с постоянной матрицей, имеет ограниченную на* $\mathbb{R}$ *отражающую матрицу* [1, с. 30]. *Тогда все решения этой системы ограничены на* $\mathbb{R}$, *а сама система устойчива.*

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений.* Мн.: «Университетское», 1986.